Zeeklimaat

Peter Siegmund

Antwoorden

1. De differentiaalvergelijking kan worden geformuleerd als

$$\rho C h \frac{dT}{dt} = A_0 \cos(\omega t) - 4\sigma T_0^3 T.$$

Dit is te herschrijven als

$$\tau \frac{dT}{dt} + T = \frac{A_0}{4\sigma T_0^3} \cos(\omega t), \qquad (1)$$

waarbij $\tau \equiv \dfrac{\rho C h}{4\sigma T_0^3}$ een karakteristieke tijd is. (2)

2. Als oplossing van (1) proberen we $T(t) = \alpha \cos(\omega t) + \beta \sin(\omega t)$. Substitutie hiervan in (1) levert de waarden van α en β. Gebruik ook $\alpha \cos(\omega t) + \beta \sin(\omega t) = (\alpha^2 + \beta^2)^{½} \cos(\omega t - \arctan(\beta/\alpha))$ (het inproduct van (α, β) met $(\cos(\omega t), \sin(\omega t))$). Dan volgt als oplossing:

$$T(t) = \frac{A_0}{4\sigma T_0^3} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}} \cos(\omega(t - \Delta t)), \qquad (3)$$

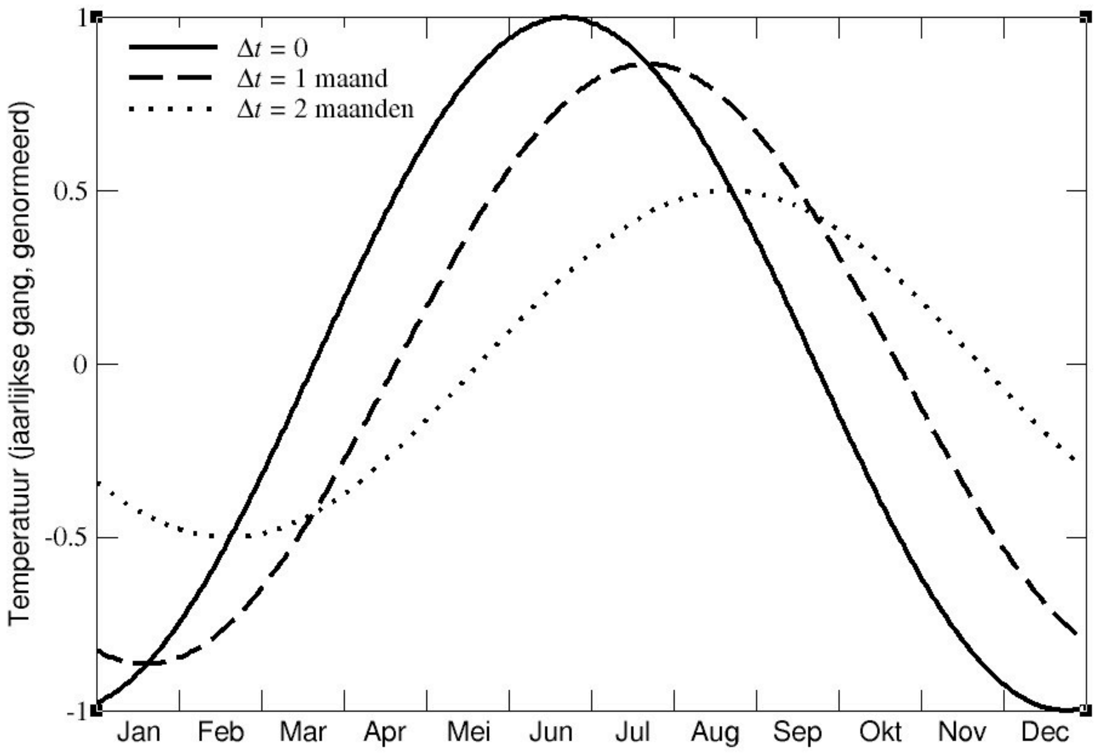
waarbij $\Delta t \equiv \dfrac{1}{\omega} \arctan(\omega\tau)$ de tijdsvertraging is van de temperatuurcyclus ten opzichte van de zonnecyclus. (4)

3. Met Δt = 1 maand en $\omega = 2\,\pi/12$ maand^{-1} volgt uit (4) dat $\omega\tau = \dfrac{1}{3}\sqrt{3}$ en $\tau = \dfrac{2\sqrt{3}}{\pi} \approx$ 1,1 maand (= 2,86 10^6 s). Uit (2) volgt vervolgens dat h=3,7 m.
De jaarlijkse gang in de temperatuur is $\dfrac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{3}\sqrt{3}\right)^2}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{3} \approx 0{,}866$ keer zo groot als bij een landklimaat met h = τ =0. Ter illustratie toont Figuur 1 de jaarlijkse gang van de temperatuur voor verschillende waarden van Δt.

4. Als h (of τ) drie keer zo groot wordt, dan $\omega\tau = \sqrt{3}$, arctan(ωτ) = π/3 en

$$\Delta t = \frac{12 \text{ maanden}}{2\pi}\frac{\pi}{3} = 2 \text{ maanden.}$$ Als ω drie keer zo groot wordt, dan

$$\Delta t = \frac{4 \text{ maanden}}{2\pi}\frac{\pi}{3} = 2/3 \text{ maand}$$ (of 2 ‘maanden’ als er in het nieuwe, drie keer zo korte jaar, wederom 12 ‘maanden’ zouden passen). Bij beide situaties is de jaarlijkse gang in de temperatuur $\frac{1}{\sqrt{1+\left(\sqrt{3}\right)^2}} = \frac{1}{2}$ keer zo groot als bij een landklimaat. Zie ook de gestippelde lijn in Figuur 1. Bij een veel korter jaar zouden we dus nauwelijks seizoenen kennen, en bij een veel langer jaar zou Nederland ondanks de zee een landklimaat hebben met hete zomers en strenge winters. De huidige jaarlengte is zo slecht nog niet.



Figuur 1. Jaarlijkse gang van de temperatuur volgens vergelijking (3) voor $\Delta t = 0$, genormeerd op een amplitude van 1 (doorgetrokken lijn), voor $\Delta t = 1$ maand (gestreepte lijn) en voor $\Delta t = 2$ maanden (gestippelde lijn). Δt is de vertraging van de jaarlijkse gang in de temperatuur ten opzichte van de jaarlijkse gang in de zonnestraling. Bij $\Delta t = 0$

treedt het maximum van de temperatuur op aan het begin van de zomer, tegelijk met het maximum in de zonnestraling. Hoe groter Δt, des te kleiner is de amplitude van de jaarlijkse gang van de temperatuur.