

Uitwerkingen Krachten en magnetisme

OPGAVE 1

Eerst vinden wij waar de evenwichtspositie van het stokje is. De enige kracht die het stokje kan ervaren is de Ampère kracht. De kracht is nul, als er geen stroom door het stokje loopt. De stroom door het stokje is nul als het stokje precies in het midden tussen twee bronnen ligt.

Als het stokje niet in evenwicht is, oefent het veld B een kracht $F_A = I_S B l$ uit, waarbij I_S de stroom door het stokje is. Volgens de wetten van Kirchhoff vinden wij dat

$$I_1 = I_S + I_3$$

$$2I_1 \rho(L-x) + I_S R = \varepsilon$$

$$2I_3 \rho(L+x) - I_2 R = \varepsilon,$$

waarbij I_1 en I_3 de stromen zijn zoals de figuur laat zien. Als wij dit stelsel van vergelijkingen oplossen, vinden wij dat

$$I_S = \frac{\varepsilon x}{\rho(L^2 - x^2) + RL}$$

Omdat $L \gg x$, kunnen wij de volgende goede benadering maken:

$$I_S \approx \frac{\varepsilon x}{\rho L^2 + RL}$$

De kracht die het veld B op het stokje uitoefent duwt het stokje altijd richting de evenwichtspositie:

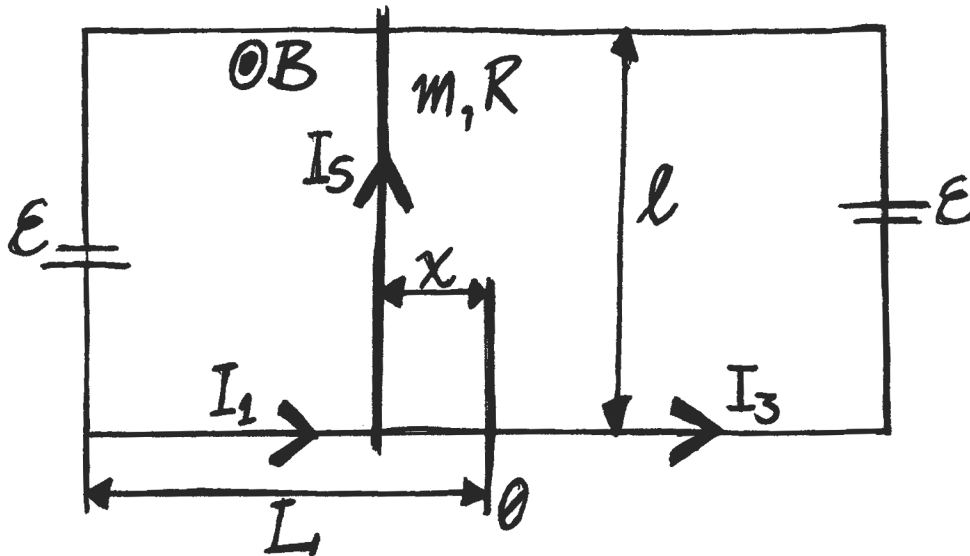
$$F_A \approx \frac{\varepsilon x l B}{L(\rho L + R)}$$

Volgens de tweede wet van Newton

$$m a_x = \frac{\varepsilon x}{\rho L^2 + RL}$$

Waarbij a_x de versnelling is van het stokje in de x richting. Uit de uitdaging “Slingeruurwerk” weten wij dat zulke bewegingsvergelijking trillingen langs de x as met trillingstijd T beschrijft, waarbij

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mL(\rho L + R)}{\varepsilon l B}}.$$



OPGAVE 2

Eerst ontbinden wij de beweging in twee componenten – parallel $V_{\parallel} = V \cos(\alpha)$ en loodrecht $V_{\perp} = V \sin(\alpha)$ op het veld B . Een deeltje dat langs het veld met de snelheid V_{\parallel} vliegt “ervaart” geen invloed van het veld en vliegt daarom onverstoord met constante snelheid. Een deeltje dat precies loodrecht op het veld invliegt “ervaart” een lorentzkracht $F_L = qV_{\perp}B$. Deze kracht is altijd loodrecht op de snelheid van het deeltje en daardoor gaat het deeltje in het veld rondjes rondom de richting van B -veld draaien. Een combinatie van de rechtlijnige en circulaire bewegingen met de snelheden V_{\parallel} en V_{\perp} leidt tot het feit dat het deeltje spiraalsgewijs beweegt.

Volgens de tweede wet van Newton weten wij dat $ma = qV_{\perp}B$, waarbij m de massa en a de versnelling van het proton zijn. Voor een circulair beweging met radius R weten wij dat $a = V_{\perp}^2/R$, waaruit volgt dat $R = m V_{\perp} / qB$.

De omlooptijd van het proton langs een cirkel met radius R is $T = 2\pi R / V_{\perp}$. De stap van de spiraal is dan $h = V_{\parallel} T = 2\pi R V_{\parallel} / V_{\perp} = 2\pi m V \cos(\alpha) / qB$.

