

Uitwerkingen - Optica en het maken van een beeld

Opgave 1. Stelsel van lenzen

Per abuis stond er een fout in vergelijking (5) in de opgave, de correcte vergelijking voor de dwarsvergroting moet zijn: $M = -\frac{b}{v}$.

$$\text{Antwoord: } M_2 = -\frac{3}{5}.$$

Uit de vergelijking (5) volgt de verhouding tussen beeld- en voorwerpsafstand: $b = 3v$. Toepassen van verg. (2) resulteert in de brandpuntsafstand van een enkele lens: $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{v} = \frac{4}{3v}$. Uit verg. (4) volgt dat

de gezamenlijke lens een brandpuntsafstand: $\frac{1}{f_2} = \frac{8}{3v}$ heeft. De nieuwe beeldafstand wordt dus:

$$\frac{1}{b_2} = \frac{8}{3v} - \frac{1}{v} = \frac{5}{3v}. \text{ Opnieuw toepassen van verg. (5) resulteert in: } M_2 = -\frac{3}{5}.$$

Opgave 2. Een kaars wordt verbeeld

$$\text{Antwoord: } f = L.$$

We definiëren de afstand x tussen de kaars en de lens. Om twee beelden van dezelfde grootte te krijgen moet gelden dat $f > x$ en het moet een positieve lens zijn. We kunnen nu onderscheiden:

- afbeelding 1: de reële kaars wordt afgebeeld in de lens. Dus $b_1 = x$ en de beeldafstand v_1 is virtueel (ergens links van de kaars).

- afbeelding 2: de reflectie van de kaars in de spiegel wordt afgebeeld in de lens. Dus $b_2 = 2L - x$ en v_2 is reëel (ergens rechts van de doos).

Toepassen van vergelijking (2) resulteert in:

$$\frac{1}{v_1} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b_1} \rightarrow v_1 = \frac{fb_1}{b_1 - f} \quad \text{en} \quad \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b_2} \rightarrow v_2 = \frac{fb_2}{b_2 - f}$$

De vergroting in beide situaties wordt nu:

$$M_1 = -\frac{v_1}{b_1} = -\frac{f}{x-f} \quad \text{en} \quad M_2 = -\frac{v_2}{b_2} = -\frac{f}{2L-x-f}$$

Gelijk stellen van beide absolute vergrotingen (realiserend dat M_1 is positief en M_2 is negatief), resulteert in $f - x = 2L - x - f$. Oftewel $f = L$.

Opgave 3. Een vlieg vangen!

Antwoord:

a) $b = 22$ cm boven de tafel.

Allereerst berekenen we de beeldafstand van de vlieg als de spiegel er niet geweest zou zijn:

$$\frac{1}{v_1} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b_1} = \frac{5}{2} - \frac{5}{11} = \frac{45}{22}.$$

Echter de spiegel reflecteert deze afbeelding, waarbij de lichtstralen nogmaals door de lens gebroken worden. Tekenend van de stralengang doet realiseren dat de zojuist gevonden voorwerpsafstand gelijk is aan de virtuele beeldafstand behorende bij de tweede afbeelding door de lens ($b_2 = -v_1$):

$$\frac{1}{v_2} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b_2} = \frac{5}{2} + \frac{45}{22} = \frac{100}{22}.$$

Oftewel de beeldafstand bevindt zich $b_2 = 0.22$ m boven de tafel.

b) snelheid $v_{\text{beeld}} = -0.2$ cm/s.

We berekenen de vergroting door behorende bij de stralengang in dit systeem:

$$M_1 = -\frac{v_1}{b_1} = -\frac{2}{9} \text{ en } M_2 = \frac{45}{100}.$$

De totale vergroting is nu: $M = M_1 M_2 = -0.1$ en dus de grootte van de snelheid van het beeld is een factor 10 kleiner. Bovendien betekent het dat het beeld tegengesteld beweegt aan de vlieg zelf.

Opgave 4. De loep van de klokkenmaker

Antwoord: $f \leq \frac{25}{3}$ cm.

Er moet hier gerealiseerd worden dat het in deze opgave gaat om de hoekvergroting ten gevolge van het gebruik van de loep. Zonder loep neemt het oog (met hoogte h) van de klokkenmaker onder een hoek ϕ_1 waar, waarbij geldt: $\tan \phi_1 = \frac{h}{v_1} = \frac{h}{L}$. Door gebruik van de loep en het plaatsen van de voorwerpen in de brandpuntsafstand volgt: $\tan \phi_2 = \frac{h}{f}$. De hoekvergroting is nu: $M_\phi = \frac{\tan \phi_2}{\tan \phi_1} = \frac{L}{f}$. Voor een hoekvergroting met minstens een factor 3 moet dus een loep gebruikt worden met brandpuntsafstand $f \leq \frac{25}{3}$ cm.