

Is de natuur oneindig symmetrisch?

Symmetrie speelt een belangrijke rol in ons bestaan. In het dagelijks leven gebruiken we vele vormen van symmetrie: van simpele ronde banden op onze fiets tot ingewikkelde fout-correctie protocollen op internet. Op een dieper niveau worden de natuurwetten door symmetrie beschreven, zowel op de allerkleinste als de allergrootste schaal. In een poging deze schalen samen te beschrijven, duikt een onverwachte symmetrie op: een oneindige.

Teake Nutma

De natuurwetten van de subatomaire deeltjes worden beschreven in het zogenaamde standaardmodel. Deze theorie beschrijft alle elementaire deeltjes en hun onderlinge interacties: de sterke en de zwakke kernkracht en het elektromagnetisme. De vierde kracht, de zwaartekracht, zit niet in het standaardmo-

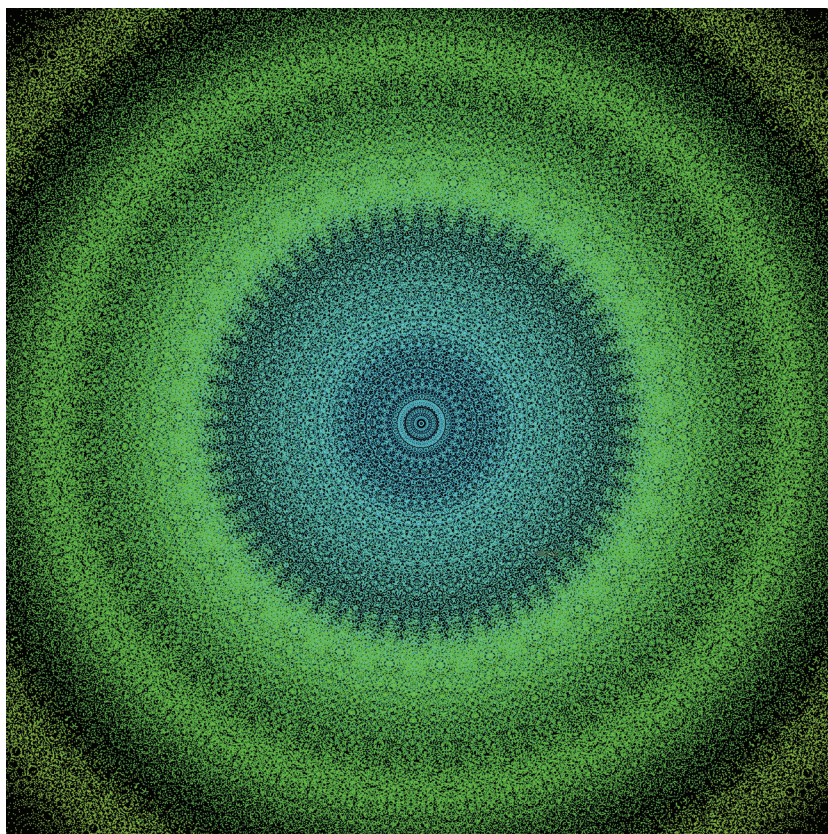
del, maar wordt apart beschreven in de algemene relativiteitstheorie van Einstein. Voor beide theorieën geldt dat ze tot op zekere hoogte bepaald zijn door symmetrie. Zo leidde Einstein zijn algemene relativiteitstheorie af door te veronderstellen dat de wetten van de natuur hetzelfde zijn voor alle waarnemers, ongeacht of ze

nou rechtop staan of ondersteboven hangen, stil staan of juist versnellen. En een van de grondslagen van het standaardmodel is dat de subatomaire deeltjes onderling verbonden zijn door een symmetrie met de wiskundige naam $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$.

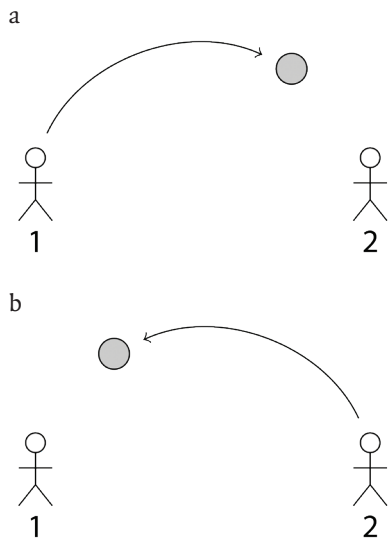
Symmetrie in de natuurkunde

Wat houdt symmetrie in de natuurkunde precies in? Een goed voorbeeld om mee te beginnen is tijdinversie, het omkeren van de tijdsrichting. Een theorie die symmetrisch is onder tijdinversie verandert niet als de loop van de tijd wordt omgekeerd. In figuur 2 gooit persoon 1 een bal naar persoon 2, een proces dat beschreven kan worden met de wetten van Newton. Als we de tijd omdraaien veranderen we het proces: het is nu persoon 2 die een bal gooit naar persoon 1. Aangezien het omgekeerde proces ook is toegestaan in de Newtoniaanse mechanica, kunnen we stellen dat tijdinversie een symmetrie is.

Niet alle processen zijn symmetrisch onder tijdinversie. Het kapot laten vallen van een theekopje kan bijvoorbeeld niet omgekeerd worden. Dit komt doordat de entropie – de mate van wanorde – bij elk statistisch proces toeneemt. In de statische mechanica is tijdinversie dan ook geen symmetrie. Als er wel sprake is van een symmetrie, dan bepaalt deze voor een deel de structuur van een theorie. Hoe meer



Figuur 1 2D-projectie van E10. Elke stip stelt een continue symmetrie voor.



Figuur 2 Tijdinversie als symmetrie in de mechanica van Newton. Persoon 1 gooit een bal naar persoon 2 (a) of omgekeerd als we de tijd omdraaien (b). Beide processen zijn toegestaan.

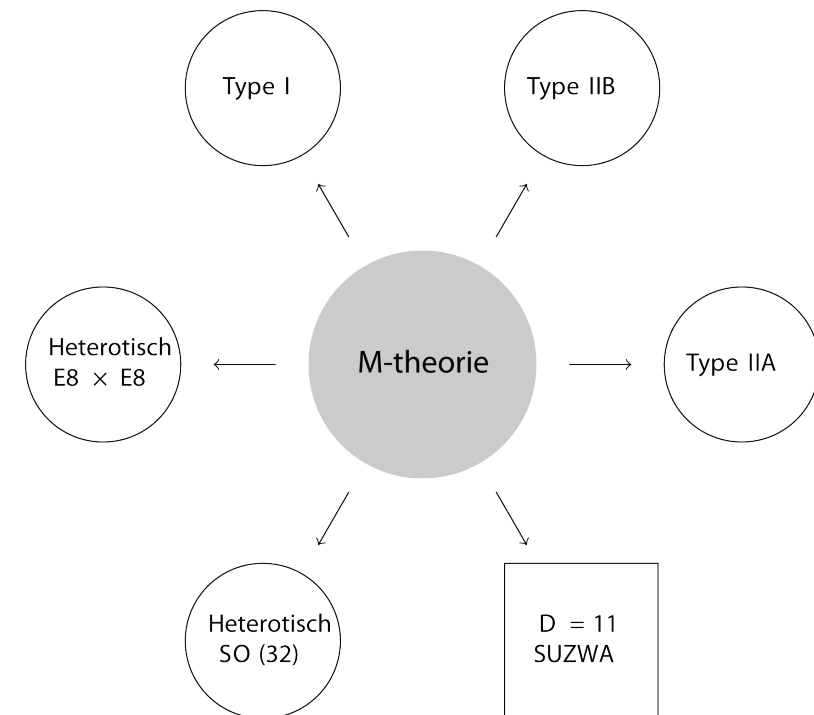
symmetrie er is, des te minder ruimte er is om dingen te veranderen zonder de symmetrie te breken. Zo liggen het standaardmodel en de algemene relativiteitstheorie in grote mate vast door hun symmetrieën.

Het is juist dit principe dat kan worden gebruikt om de twee samen te beschrijven. Tot op heden is dat namelijk nog niet gelukt. Zo'n gecombineerde theorie zou idealiter alle vier krachten in de natuur verenigen, ze samen brengen onder één noemer.

Snaar- en M-theorie

Een van de meest veelbelovende kandidaten voor unificatie is de snaartheorie. Het uitgangspunt van de snaartheorie is dat puntdeeltjes van het standaardmodel zijn vervangen door eendimensionale objecten, de zogenaamde snaren. Alle bekende elementaire deeltjes komen dan overeen met verschillende vibraties van de snaren. De kracht van de snaartheorie is dat een van deze vibraties het zwaartekrachtsdeeltje is. De zwaartekracht komt dus op natuurlijke wijze voort uit de snaartheorie.

Men zou misschien verwachten dat er slechts één enkele unieke theorie is die alle vier krachten van de natuur tegelijk beschrijft. Helaas zijn er maar



Figuur 3 De vijf snaartheorieën als limieten van M-theorie. De limieten zijn bekend, in tegenstelling tot de M-theorie zelf. De superzwaartekracht (SUZWA) is een lage energie limiet, de overige zijn limieten van elf naar tien dimensies.

liefst vijf verschillende versies van de snaartheorie. Ze hebben allemaal een zekere mate van supersymmetrie (een symmetrie tussen krachtdeeltjes en materie), en 'leven' allemaal in tien ruimte-tijd dimensies. Dit was een probleem voor de snaartheorie, totdat de vijf verschillende versies onderling verbonden bleken te zijn [1]. Deze onderlinge verbindingen worden ook wel dualiteitssymmetrieën genoemd.

Daarnaast werd het vermoeden geopperd dat de vijf snaartheorieën een gemeenschappelijke oorsprong hebben [2]. Deze oorsprong zou een tot nu toe onbekende theorie zijn in elf dimensies, één dimensie hoger. Omdat er vrij weinig over deze theorie bekend is, wordt hij voorlopig M-theorie genoemd. De M heeft opzettelijk geen betekenis en is voor meerdere interpretaties vatbaar, zoals matrix, membraan, of mysterie. Een van de weinige dingen die we wel weten is de beschrijving van M-theorie bij lage energieën. Dit is namelijk de unieke supersymmetrische variant van de algemene relativiteitstheorie (superzwaartekracht) in elf dimensies. In dat aantal dimensies is supersymmetrie zo beperkend, dat er slechts één enkele superzwaartekrachts-

theorie mogelijk is.

Net als de theorie zelf zijn de mogelijke symmetrieën van M-theorie een raadsel. Maar als ze bekend zouden zijn, dan zouden ze kunnen helpen in de zoektocht naar een duidelijke omschrijving van M-theorie. Een van de eisen is dat ze op zijn minst de dualiteitssymmetrie tussen de vijf verschillende snaartheorieën moeten bevatten. Een andere aanwijzing komt van de superzwaartekracht, die blijkt in de buurt van zwarte gaten een oneindige symmetrie te laten zien [3].

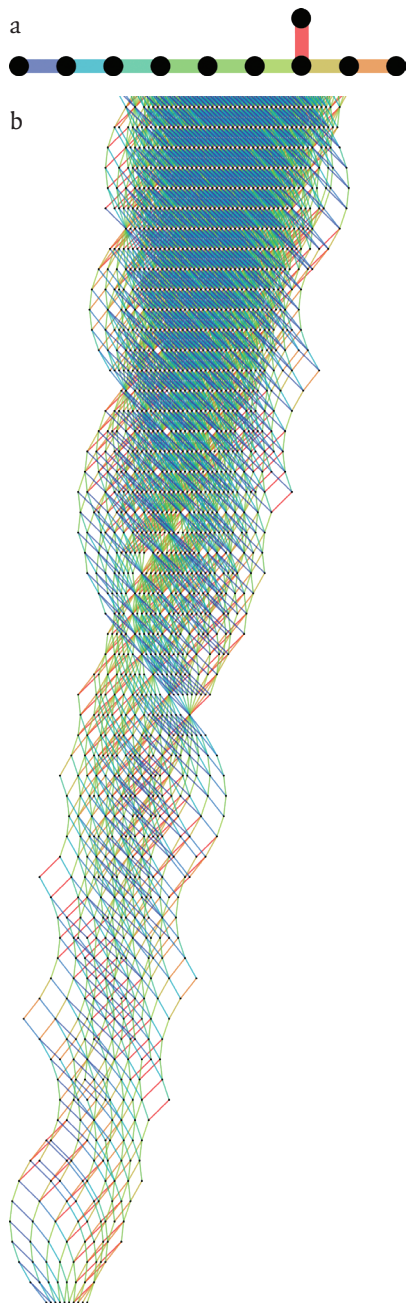
E10-symmetrie

Deze oneindige symmetrie wordt E_{10}

Teake Nutma (1981) studeerde theoretische natuurkunde aan de Rijksuniversiteit Groningen. Daar verrichte hij ook zijn promotieonderzoek bij Eric Bergshoeff, en behaalde in september 2010 de doctorstitel voor het proefschrift *Kac-Moody symmetries and gauged supergravity*. Momenteel is hij werkzaam als post-doc bij het Albert Einstein Instituut in Potsdam.



teake.nutma@aei.mpg.de



genoemd, en valt wiskundig gezien onder het kopje hyperbolische Kac-Moody-algebra. Het is een bijzondere symmetrie, omdat het in die categorie de grootst mogelijke is. Hoe E_{10} er precies uitziet weten we eigenlijk niet. Wat we wel weten, is hoe we het vanaf de grond af op moeten bouwen. De bouwtekening is namelijk heel simpel: een 10 bij 10 matrix (vandaar E_{10}). Deze matrix bevat de relaties tussen de 'laagste' symmetrieën in E_{10} . De relaties tussen de hoger gelegen symmetrieën in E_{10} kunnen recursief worden afgeleid uit de lagere symmetrieën (zie figuur 4). Dit proces is vergelijkbaar met het uitpakken van een bestand op de computer. De matrix is het ingepakte bestand, en de volledige E_{10} structuur het uitgekakte bestand.

Symmetrieën en groepen

Wiskundig gezien kan symmetrie geformuleerd worden als een actie op een object waarna het object onveranderd is. Dit klinkt een beetje abstract, maar als we als object de gelijkzijdige driehoek nemen wordt het misschien wat duidelijker. De gelijkzijdige driehoek heeft niet minder dan zes verschillende symmetrieën. Namelijk twee rotaties over 120 en 240 graden, drie reflecties in de verschillende hoogtelijnen, en tenslotte de actie die niets doet (de zogenaamde identiteit). De laatste actie is een wellicht een beetje flauw. Waarom zou je de identiteit meenemen? Het antwoord is dat de overige acties samen met de identiteit een mooie wiskundige structuur vormen: die van een groep. Een van de eigenschappen van een groep is dat de combinatie van twee acties altijd een derde oplevert. Met de identiteit erbij klopt het precies. Een rotatie over 120 graden gevolgd door eentje over 240 graden geeft namelijk een rotatie over 360 graden, wat gelijk staat aan de identiteit.

De cirkel is een ander voorbeeld van een object dat symmetrisch is. In tegenstelling tot de driehoek blijft de cirkel hetzelfde onder rotatie over welke hoek dan ook. Dit betekent dat de cirkel een oneindige hoeveelheid symmetrie heeft. Net als bij de driehoek is het wiskundig object dat deze symmetrieën beschrijft nog steeds een groep. Maar waar er bij de driehoek gaten tussen de rotaties zaten (bijvoorbeeld tussen 120 en 240 graden), is dat bij de cirkel niet meer het geval. De symmetriegroep van de driehoek is discreet, en die van de cirkel continu. De dimensie van continue groepen (ook wel Lie-groepen genoemd) wordt gegeven door de hoeveelheid parameters die je nodig hebt om al de symmetrie te beschrijven. In het geval van de rotatiegroep van de cirkel is het slechts één: de hoek waarover geroteerd wordt.

E_{10} is een oneindige symmetrie in de zin dat zijn dimensie oneindig is. E_{10} bevat dus een oneindig aantal continue symmetrieën.

Figuur 4 a) De blauwdruk van E_{10} bevat alleen de relaties (de gekleurde lijnen) tussen de laagste tien symmetrieën (de zwarte punten). b) E_{10} 'uitgepakt' tot een bepaalde hoogte. De relaties tussen de hogere symmetrieën volgen uit die tussen de lagere symmetrieën.

De vergelijking loopt alleen wel scheef doordat E_{10} daadwerkelijk oneindig is en op geen enkele harde schijf zou passen, terwijl de beginmatrix maar een kilobyte groot is.

Alhoewel het 'uitpakken' van E_{10} goed begrepen is, is de procedure omslachtig en in de praktijk niet tot in het oneindige door te voeren. Bovendien geeft het weinig inzicht in de volledige structuur van E_{10} , vandaar dat deze tot op heden dan ook in nevelen gehuld is. Het beste dat we op dit moment kunnen doen is een klein deel van het oneindige object construeren, en dat vervolgens in stukjes hakken die we wel begrijpen. Je kunt dit ongeveer vergelijken met hoe je een vierdimensionale hyperkubus kunt beschrijven in termen van driedimensionale kubussen, net zoals je de kubus op zijn beurt kunt beschrijven met een aantal vierkanten. E_{10} kan op vele verschillende manieren in stukjes worden gehakt, maar het interessantst zijn de gevallen waarin de resulterende stuk-

jes overeenkomen met structuren die ook voorkomen in de vijf verschillende snaartheorieën (zie figuur 5) [4,5]. Hieruit blijkt dat E_{10} de dualiteitssymmetrieën bevat die de snaartheorieën aan elkaar knopen.

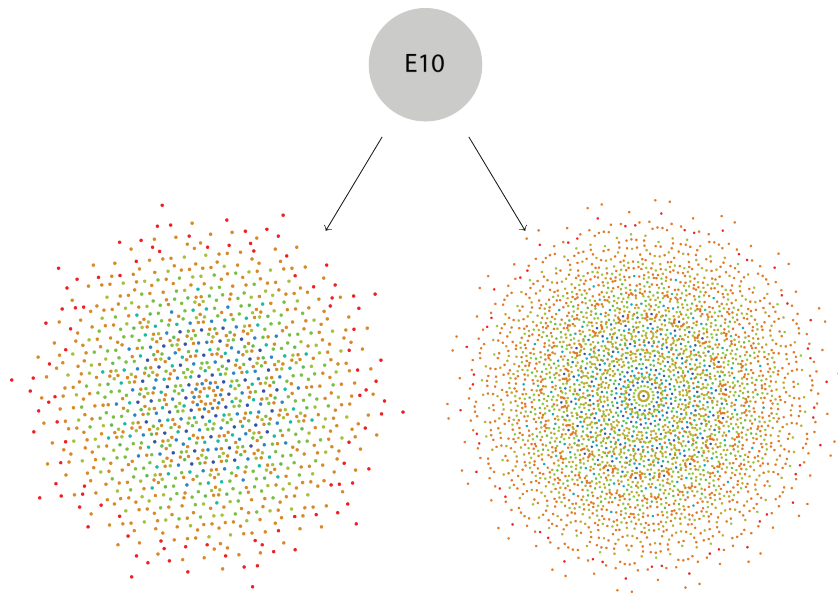
Is de natuur oneindig symmetrisch?

Dat E_{10} de dualiteitssymmetrieën bevat is een belangrijke voorwaarde om de symmetrie van M-theorie te zijn. Er zijn helaas nog veel vragen die we op dit moment niet kunnen beantwoorden. Zo bevat E_{10} oneindig veel symmetrie, maar slechts een klein deel hiervan correspondeert met symmetrieën zoals we die kennen uit de snaartheorie. Hoe kunnen we de rest van de symmetrieën interpreteren? Kunnen we een theorie opschrijven die de volledige E_{10} structuur als symmetrie heeft, en die ook nog eens de natuur beschrijft? Kunnen we überhaupt de volledige E_{10} -structuur begrijpen? Kortom, het blijft tot op heden dus

maar zeer de vraag of E10 daadwerkelijk in de natuur voorkomt. Wel biedt E10 ons een kleine, maar fascinerende ingang naar de M-theorie. En wie weet, misschien zelfs naar een theorie die de vier krachten samen beschrijft.

Referenties

- 1 C. M. Hull en P. K. Townsend. *Unity of superstring dualities*. *Nucl. Phys.* **B438** (1995), 109–137.
- 2 Petr Horava en Edward Witten. *Heterotic and type I string dynamics from eleven dimensions*. *Nucl. Phys.* **B460** (1996), 506–524.
- 3 T. Damour, M. Henneaux en H. Nicolai. *E10 and a 'small tension expansion' of M Theory*. *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002), 221601.
- 4 Fabio Riccioni en Peter C. West. *The E(11) origin of all maximal supergravities*. *JHEP* **07** (2007), 063
- 5 Eric A. Bergshoeff, Iwein De Baetselier en Teake A. Nutma. *E(11) and the embedding tensor*. *JHEP* **09** (2007), 047.



Figuur 5 E10 opgehaakt in stukjes die overeenkomen met verschillende snaartheorieën.

De voorzitter van de NNV beschrijft in onderstaand (jaarlijkse) artikel de visie van het bestuur op het beleid van de vereniging. Dit artikel vervangt de publicatie van de jaarverslagen van de NNV in het NTvN. Deze verslagen zijn overigens wel op de website beschikbaar: www.nnv.nl.

NNV: bestuursvisie 2011

In de laatste show van cabaretière Claudia de Breij – *De hete vrede* – wordt een vrouw opgevoerd die in een fictief radio-interview een vraag over de stelling van Pythagoras niet goed beantwoordt. Ter verdediging laat Claudia de Breij deze vrouw reageren met de woorden: “Wie is Pythagoras nu helemaal? Dat is ook maar een mening. Heb ik laatst niet gehoord dat deze Pythagoras zijn vrouw heeft lastig gevallen?” Op deze geestige reactie bulderde de zaal – gelukkig – van het lachen, maar deze sketch staat niet geïsoleerd.

Wetenschappelijke vondsten en wetmatigheden worden in de media steeds vaker afgedaan als maar een mening. Daarmee wordt het gezag, en wat belangrijker is, de positie van vakken als natuurkunde in onze maatschappij uitgehold. Dit resulteert in een verminderd besef van het belang van de exacte vakken voor de groei van de economie en de oplossingen van

grote maatschappelijke problemen als klimaatverandering, energieschaarste en gezondheid van een steeds maar ouder wordende bevolking.

Een dergelijke ontwikkeling in de perceptie van de natuurwetenschappen is ook relevant voor de Nederlandse Natuurkundige Vereniging, zeker nu wij bezig zijn met het ontwikkelen van een nieuwe meerjarenstrategie. Hoe maatschappelijke veranderingen van invloed kunnen zijn op het beleid van een beroepsvereniging kan goed geïllustreerd worden aan de hand van de recent aangepaste strategie van de European Physical Society (EPS).

Bij de oprichting van de EPS in 1968 tijdens de hoogtijdagen van de koude oorlog motiveerde Bernardini, de eerste president van de EPS, deze gebeurtenis door te stellen dat “the establishment of the EPS forms a demonstration of the strength of the determination of scientists to make their positive contribution to the strength of a European cultural unity.”

En tot op de dag van vandaag zijn veel collega’s uit Oost-Europa zeer dankbaar voor de mogelijkheden die de EPS hen geboden heeft om in contact te treden met natuurkundigen uit West-Europa. Dit bleek het afgelopen jaar heel nadrukkelijk toen een commissie van de EPS, waarvan ik deel uit mocht maken, zich boog over de formulering van een nieuwe strategie. Een voorstel om het individuele lidmaatschap van de EPS af te schaffen leidde daardoor tot haast emotionele taferelen. Daartoe is dan ook niet besloten.

De EPS heeft nu wel een nieuwe strategie met twee hoofdelementen: meer nadruk op de representatie van de 100.000 Europese fysici in Brussel en meer dienstverlening (‘services’) voor de leden van de EPS. Deze keuzes zijn niet toevallig. Het beleid van de Europese Commissie wordt steeds belangrijker voor natuurkundigen werkzaam in onderzoek, onderwijs of het bedrijfsleven. De hoeveelheid on-